

# `$SPAD/src/input kamke7.input`

Timothy Daly

December 30, 2008

## **Abstract**

This is the remaining ODEs of the Kamke test suite as published by E. S. Cheb-Terrab[1]. They have been rewritten using Axiom syntax. Where possible we show that the particular solution actually satisfies the original ordinary differential equation.

Note that after a certain point Axiom can no longer generate useful results. The failures fall into several cases which have been included in other regression test files.

## **Contents**

<b>1 Generated results</b>	<b>3</b>
----------------------------	----------

# 1 Generated results

```
<*>≡  
  )spool kamke7.output  
  )set break resume  
  )set mes auto off  
  )clear all  
  
  --S 1 of 97  
  y:=operator 'y  
  --R  
  --R  
  --R      (1)  y  
  --R  
  --E 1                                         Type: BasicOperator  
  
  --S 2 of 97  
  f:=operator 'f  
  --R  
  --R  
  --R      (2)  f  
  --R  
  --E 2                                         Type: BasicOperator  
  
  --S 3 of 97  
  g:=operator 'g  
  --R  
  --R  
  --R      (3)  g  
  --R  
  --E 3                                         Type: BasicOperator  
  
  --S 4 of 97  
  h:=operator 'h  
  --R  
  --R  
  --R      (4)  h  
  --R  
  --E 4                                         Type: BasicOperator  
  
  --S 5 of 97  
  fa:=operator 'fa  
  --R  
  --R  
  --R      (5)  fa  
  --R  
                                         Type: BasicOperator
```

```

--E 5

--S 6 of 97
fb:=operator 'fb
--R
--R
--R      (6)   fb
--R
--E 6                                         Type: BasicOperator

--S 7 of 97
fc:=operator 'fc
--R
--R
--R      (7)   fc
--R
--E 7                                         Type: BasicOperator

--S 8 of 97
fd:=operator 'fd
--R
--R
--R      (8)   fd
--R
--E 8                                         Type: BasicOperator

--S 9 of 97
fe:=operator 'fe
--R
--R
--R      (9)   fe
--R
--E 9                                         Type: BasicOperator

--S 10 of 97
ff:=operator 'ff
--R
--R
--R      (10)   ff
--R
--E 10                                         Type: BasicOperator

--S 11 of 97
ode352 := D(y(x),x)*(cos(y(x))-sin(alpha)*sin(x))*cos(y(x))+(cos(x)-_
                     sin(alpha)*sin(y(x)))*cos(x)
--R

```

```

--R
--R (11)
--R
--R      2
--R      (cos(y(x)) - sin(alpha)sin(x)cos(y(x)))y (x) - cos(x)sin(alpha)sin(y(x))
--R
--R      +
--R      2
--R      cos(x)
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 11

--S 12 of 97
yx:=solve(ode352,y,x)
--R
--R
--R      (cos(y(x)) - 2sin(alpha)sin(x))sin(y(x)) + cos(x)sin(x) + y(x) + x
--R (12)  -----
--R
--R                                         2
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 12

--S 13 of 97
ode352expr := D(yx,x)*(cos(yx)-sin(alpha)*sin(x))*cos(yx)+(cos(x)-_
sin(alpha)*sin(yx))*cos(x)
--R
--R
--R (13)
--R
--R      -
--R      2cos(x)sin(alpha)
--R      *
--R      sin
--R      (cos(y(x)) - 2sin(alpha)sin(x))sin(y(x)) + cos(x)sin(x)
--R
--R      +
--R      y(x) + x
--R
--R      /
--R      2
--R
--R      +
--R      2          2
--R      (- sin(y(x)) + cos(y(x)) - 2sin(alpha)sin(x)cos(y(x)) + 1)y (x)
--R
--R      +
--R      2          2
--R      - 2cos(x)sin(alpha)sin(y(x)) - sin(x) + cos(x) + 1
--R
--R      *
--R      (cos(y(x)) - 2sin(alpha)sin(x))sin(y(x)) + cos(x)sin(x) + y(x) + x 2
--R
--R      cos(-----)

```

```

--R
--R      +
--R      sin(alpha)sin(x)sin(y(x))2 - sin(alpha)sin(x)cos(y(x))
--R      +
--R      2sin(alpha)2sin(x)2cos(y(x)) - sin(alpha)sin(x)
--R      *
--R      ,
--R      y (x)
--R      +
--R      2cos(x)sin(alpha) sin(x)sin(y(x)) + sin(alpha)sin(x)
--R      +
--R      (- cos(x)2 - 1)sin(alpha)sin(x)
--R      *
--R      (cos(y(x)) - 2sin(alpha)sin(x))sin(y(x)) + cos(x)sin(x) + y(x) + x
--R      cos(-----)
--R      +
--R      2
--R      2cos(x)
--R      /
--R      2
--R
--E 13                                         Type: Expression Integer

--S 14 of 97
ode353 := x*D(y(x),x)*cos(y(x))+sin(y(x))
--R
--R
--R      ,
--R      (14)  x cos(y(x))y (x) + sin(y(x))
--R
--E 14                                         Type: Expression Integer

--S 15 of 97
yx:=solve(ode353,y,x)
--R
--R
--R      (15)  x sin(y(x))
--R
--E 15                                         Type: Union(Expression Integer,...)

```

```

--S 16 of 97
ode353expr := x*D(yx,x)*cos(yx)+sin(yx)
--R
--R
--R
--R      (16)  sin(x sin(y(x))) + (x cos(y(x))y (x) + x sin(y(x)))cos(x sin(y(x)))
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 16

--S 17 of 97
ode354 := (x*sin(y(x))-1)*D(y(x),x)+cos(y(x))
--R
--R
--R
--R      (17)  (x sin(y(x)) - 1)y (x) + cos(y(x))
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 17

--S 18 of 97
yx:=solve(ode354,y,x)
--R
--R
--R      - sin(y(x)) + x
--R      (18)  -----
--R                  cos(y(x))
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 18

--S 19 of 97
ode354expr := (x*sin(yx)-1)*D(yx,x)+cos(yx)
--R
--R
--R      (19)
--R
--R      ((x sin(y(x)) - x sin(y(x)) + x cos(y(x)))y (x) - x cos(y(x)))
--R
--R      *
--R      sin(y(x)) - x
--R      sin(-----)
--R                  cos(y(x))
--R
--R      +
--R      2      sin(y(x)) - x
--R      cos(y(x)) cos(-----)

```

```

--R          cos(y(x))
--R      +
--R      2           2
--R      (sin(y(x)) - x sin(y(x)) + cos(y(x)))y (x) - cos(y(x))
--R      /
--R      2
--R      cos(y(x))
--R
--E 19                                         Type: Expression Integer

--S 20 of 97
ode355 := (x*cos(y(x))+cos(x))*D(y(x),x)-y(x)*sin(x)+sin(y(x))
--R
--R
--R      ,
--R      (20)  (x cos(y(x)) + cos(x))y (x) + sin(y(x)) - y(x)sin(x)
--R
--E 20                                         Type: Expression Integer

--S 21 of 97
yx:=solve(ode355,y,x)
--R
--R
--R      (21)  x sin(y(x)) + y(x)cos(x)
--R
--E 21                                         Type: Union(Expression Integer,...)

--S 22 of 97
ode355expr := (x*cos(yx)+cos(x))*D(yx,x)-yx*sin(x)+sin(yx)
--R
--R
--R      (22)
--R      sin(x sin(y(x)) + y(x)cos(x))
--R      +
--R      2
--R      ((x cos(y(x)) + x cos(x))y (x) + x sin(y(x)) - x y(x)sin(x))
--R
--R      *
--R      cos(x sin(y(x)) + y(x)cos(x))
--R      +
--R      2
--R      (x cos(x)cos(y(x)) + cos(x))y (x) + (- x sin(x) + cos(x))sin(y(x))
--R
--R      +

```

```

--R      - 2y(x)cos(x)sin(x)
--R
--E 22                                         Type: Expression Integer

--S 23 of 97
ode356 := (x**2*cos(y(x))+2*y(x)*sin(x))*D(y(x),x)+2*x*sin(y(x))+y(x)**2*cos(x)
--R
--R
--R      2
--R      (23)  (x cos(y(x)) + 2y(x)sin(x))y '(x) + 2x sin(y(x)) + y(x) cos(x)
--R
--R
--E 23                                         Type: Expression Integer

--S 24 of 97
yx:=solve(ode356,y,x)
--R
--R
--R      2           2
--R      (24)  x sin(y(x)) + y(x) sin(x)
--R
--E 24                                         Type: Union(Expression Integer,...)

--S 25 of 97
ode356expr:=(x**2*cos(yx)+2*yx*sin(x))*D(yx,x)+2*x*sin(yx)+yx**2*cos(x)
--R
--R
--R      (25)
--R      2           2
--R      2x sin(x sin(y(x)) + y(x) sin(x))
--R      +
--R      4           2           ,      3
--R      ((x cos(y(x)) + 2x y(x)sin(x))y '(x) + 2x sin(y(x)) + x y(x) cos(x))
--R
--R      *
--R      2           2
--R      cos(x sin(y(x)) + y(x) sin(x))
--R      +
--R      4           2           2
--R      (2x sin(x)cos(y(x)) + 4x y(x)sin(x )sin(y(x)))
--R      +
--R      2   2   2           3   3
--R      2x y(x) sin(x) cos(y(x)) + 4y(x) sin(x)
--R      *
--R      ,
--R      y  (x)

```

```

--R
--R      +
--R      3      4      2
--R      (4x sin(x) + x cos(x))sin(y(x))
--R      +
--R      2      2      2      4      2
--R      (4x y(x) sin(x) + 4x y(x) cos(x)sin(x))sin(y(x)) + 3y(x) cos(x)sin(x)
--R
--E 25                                         Type: Expression Integer

--S 26 of 97
ode358 := D(y(x),x)*sin(y(x))*cos(x)+cos(y(x))*sin(x)
--R
--R
--R      ,
--R      (26)  cos(x)sin(y(x))y '(x) + sin(x)cos(y(x))
--R
--E 26                                         Type: Expression Integer

--S 27 of 97
yx:=solve(ode358,y,x)
--R
--R
--R      (27)  - cos(x)cos(y(x))
--R
--E 27                                         Type: Union(Expression Integer,...)

--S 28 of 97
ode358expr := D(yx,x)*sin(yx)*cos(x)+cos(yx)*sin(x)
--R
--R
--R      (28)
--R      2      ,
--R      (- cos(x) sin(y(x))y '(x) - cos(x)sin(x)cos(y(x)))sin(cos(x)cos(y(x)))
--R
--R      +
--R      sin(x)cos(cos(x)cos(y(x)))
--R
--E 28                                         Type: Expression Integer

--S 29 of 97
ode361 := (x*sin(x*y(x))+cos(x+y(x))-sin(y(x)))*D(y(x),x)+_
y(x)*sin(x*y(x))+cos(x+y(x))+cos(x)
--R
--R

```

```

--R      (29)
--R
--R      (x sin(x y(x)) - sin(y(x)) + cos(y(x) + x))y '(x) + y(x)sin(x y(x))
--R
--R      +
--R      cos(y(x) + x) + cos(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 29

--S 30 of 97
yx:=solve(ode361,y,x)
--R
--R
--R      (30)
--R      y(x) 2                                y(x)                                y(x)
--R      2cos(-----) sin(y(x) + x) - 2cos(-----)cos(y(x) + x)sin(-----) - cos(x y(x))
--R
--R      +
--R      cos(y(x))
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 30

--S 31 of 97
ode361expr:=(x*sin(x*yx)+cos(x+yx)-sin(yx))*D(yx,x)+_
yx*sin(x*yx)+cos(x+yx)+cos(x)
--R
--R
--R      (31)
--R      2                                y(x) 2
--R      x sin(x y(x)) - x sin(y(x)) + x cos(y(x) + x)sin(-----)
--R
--R      +
--R      y(x) 2
--R      x cos(-----) cos(y(x) + x)
--R
--R      *
--R
--R      ,
--R      y '(x)
--R
--R      +
--R      y(x)      y(x)      y(x) 2
--R      x y(x)sin(x y(x)) + (2x cos(-----)sin(-----) + 2cos(-----) )sin(y(x) + x)
--R
--R      +
--R      y(x)      y(x)
--R      - 2cos(-----)cos(y(x) + x)sin(-----) - cos(x y(x))

```

```

--R          2          2
--R      +
--R      y(x) 2
--R      2x cos(----) cos(y(x) + x) + cos(y(x))
--R           2
--R      *
--R      sin
--R      y(x) 2          y(x)          y(x)
--R      2x cos(----) sin(y(x) + x) - 2x cos(----)cos(y(x) + x)sin(----)
--R           2          2          2
--R      +
--R      - x cos(x y(x)) + x cos(y(x))
--R      +
--R      - x sin(x y(x)) + sin(y(x)) - cos(y(x) + x)sin(----)
--R           2
--R      +
--R      y(x) 2
--R      - cos(----) cos(y(x) + x)
--R           2
--R      *
--R      ,
--R      y (x)
--R
--R      +
--R      y(x)          y(x)
--R      - y(x)sin(x y(x)) - 2cos(----)sin(----)sin(y(x) + x)
--R           2          2
--R      +
--R      y(x) 2
--R      - 2cos(----) cos(y(x) + x)
--R           2
--R      *
--R      sin
--R      y(x) 2          y(x)          y(x)
--R      2cos(----) sin(y(x) + x) - 2cos(----)cos(y(x) + x)sin(----)
--R           2          2          2
--R      +
--R      - cos(x y(x)) + cos(y(x))
--R      +
--R      y(x) 2
--R      x sin(x y(x)) - sin(y(x)) + cos(y(x) + x)sin(----)
--R           2
--R      +
--R      y(x) 2
--R      cos(----) cos(y(x) + x)

```

```

--R          2
--R          *
--R          ,
--R          y (x)
--R          +
--R          y(x)      y(x)
--R          y(x)sin(x y(x)) + 2cos(----)sin(----)sin(y(x) + x)
--R          2           2
--R          +
--R          y(x) 2
--R          2cos(----) cos(y(x) + x) + 1
--R          2
--R          *
--R          cos
--R          y(x) 2           y(x)           y(x)
--R          2cos(----) sin(y(x) + x) - 2cos(----)cos(y(x) + x)sin(----)
--R          2           2           2
--R          +
--R          - cos(x y(x)) + cos(y(x)) + x
--R          +
--R          cos(x)
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 31

--S 32 of 97
ode363 := (x*D(y(x),x)-y(x))*cos(y(x)/x)**2+x
--R
--R
--R          y(x) 2 ,           y(x) 2
--R          (32)  x cos(----) y (x) - y(x)cos(----) + x
--R          x           x
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 32

--S 33 of 97
yx:=solve(ode363,y,x)
--R
--R
--R          y(x)      y(x)
--R          x cos(----)sin(----) + 2x log(x) + y(x)
--R          x           x
--R          (33)  -----
--R          2x
--R
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 33

```

```

--S 34 of 97
ode363expr := (x*D(yx,x)-yx)*cos(yx/x)**2+x
--R
--R
--R (34)
--R
--R      y(x) 2      y(x) 2      y(x) 2
--R      (- x sin(----) + x cos(----) + x)y (x) + y(x)sin(----)
--R          x          x          x
--R
--R      +
--R      y(x)      y(x)      y(x) 2
--R      - x cos(----)sin(----) - y(x)cos(----) - 2x log(x) - 2y(x) + 2x
--R          x          x          x
--R
--R      *
--R      y(x)      y(x)
--R      x cos(----)sin(----) + 2x log(x) + y(x)
--R          x          x
--R
--R      cos(-----)
--R                  2
--R                  2x
--R
--R      +
--R      2
--R      2x
--R /
--R      2x
--R
--R
--E 34                                         Type: Expression Integer

--S 35 of 97
ode364 := (y(x)*sin(y(x)/x)-x*cos(y(x)/x))*x*D(y(x),x)-
           (x*cos(y(x)/x)+y(x)*sin(y(x)/x))*y(x)
--R
--R
--R (35)
--R
--R      y(x)      2      y(x)      2      y(x)      y(x)
--R      (x y(x)sin(----) - x cos(----))y (x) - y(x) sin(----) - x y(x)cos(----)
--R          x          x          x          x
--R
--R
--E 35                                         Type: Expression Integer

--S 36 of 97
yx:=solve(ode364,y,x)
--R
--R
--R
--R      y(x)
--R (36) - x y(x)cos(----)

```

```

--R          x
--R
--E 36                                         Type: Union(Expression Integer,...)

--S 37 of 97
ode364expr := (yx*sin(yx/x)-x*cos(yx/x))*x*D(yx,x)-_
(x*cos(yx/x)+yx*sin(yx/x))*yx
--R
--R
--R      (37)
--R      2      2      y(x)      y(x)      3      y(x) 2 , 
--R      (x y(x) cos(---)sin(---) - x y(x)cos(---) )y (x)
--R                  x           x           x
--R      +
--R      3      y(x)      y(x)
--R      - x y(x) cos(---)sin(---)
--R                  x           x
--R      *
--R      y(x)
--R      sin(y(x)cos(---))
--R                  x
--R      +
--R      2      y(x)      3      y(x) ,           2      y(x)
--R      (- x y(x)sin(---) + x cos(---))y (x) + x y(x) sin(---)
--R                  x           x           x
--R      +
--R      2      y(x)
--R      2x y(x)cos(---)
--R                  x
--R      *
--R      y(x)
--R      cos(y(x)cos(---))
--R                  x
--R
--E 37                                         Type: Expression Integer

--S 38 of 97
ode434 := D(y(x),x)-1
--R
--R
--R      ,
--R      (38)  y (x) - 1
--R
--E 38                                         Type: Expression Integer

```



```

--R
--E 43

--S 44 of 97
ode703 := (D(y(x),x) = y(x)*(1-x+y(x)*x**2*log(x)+y(x)*x**3-x*log(x)-x**2)/_
(x-1)/x)
--R
--R
--R
--R      2      2          3      2      2
--R      ,      (x y(x) - x y(x))log(x) + x y(x) + (- x - x + 1)y(x)
--R (44)  y (x)= -----
--R                                         2
--R                                         x - x
--R                                         Type: Equation Expression Integer
--E 44

--S 45 of 97
solve(ode703,y,x)
--R
--R
--R      - x y(x) + 1
--R (45)  -----
--R      2          - dilog(x) + x
--R      (x - x)y(x)%e
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 45

--S 46 of 97
ode714 := (D(y(x),x) = -y(x)*(-log(1/x)+exp(x)+y(x)*x**2*log(x)+_
y(x)*x**3-x*log(x)-x**2)/(-log(1/x)+exp(x))/x)
--R
--R
--R (46)
--R      2      2          1          x      3      2      2
--R      (x y(x) - x y(x))log(x) - y(x)log(-) + y(x)%e + x y(x) - x y(x)
--R      ,
--R      x
--R y (x)= -----
--R                                         1          x
--R                                         x log(-) - x %e
--R                                         x
--R                                         Type: Equation Expression Integer
--E 46

--S 47 of 97
solve(ode714,y,x)
--R

```

```

--R
--R      (47)
--R      -
--I
--I      x %I log(%I) + log(--) - %e      %I      2
--I      ++      |      ----- d%I
--I      |      1      %I
--I      ++      %I log(--) - %I %e
--I      |      %I
--R      y(x)%e
--R      *
--R      INTSIGN
--R      ,
--R      x
--R      ,
--R      -----
--I      2
--I      - %I log(%I) - %I
--R      -----
--I      1      %I      2
--I      %I %I log(%I) + log(--) - %e      + %I
--I      ++      |      ----- d%I
--I      |      1      %I
--I      ++      %I log(--) - %I %e
--I      |      %I
--R      1      %I
--R      (log(--) - %e )%e
--I      %I
--R      *
--I      d%I
--R      +
--R      1
--R      /
--I      1      %I      2
--I      x %I log(%I) + log(--) - %e      + %I
--I      ++      |      ----- d%I
--I      |      1      %I
--I      ++      %I log(--) - %I %e
--I      |      %I
--R      y(x)%e
--R
--E 47                                         Type: Union(Expression Integer,...)

--S 48 of 97
ode719 := (D(y(x),x) = y(x)*(-exp(x)+log(2*x)*x**2*y(x)-log(2*x)*x)/x/exp(x))

```



```

--E 51

--S 52 of 97
ode765 := (D(y(x),x) = y(x)*(-1-log((x-1)*(1+x)/x)+_
log((x-1)*(1+x)/x)*x*y(x))/x)
--R
--R
--R
--R
$$(52) \quad y'(x) = \frac{(x^2 y(x)^2 - y(x))^2 \log(\frac{x-1}{x}) - y(x)}{x}$$

--R
--R
--R                                         Type: Equation Expression Integer
--E 52

--S 53 of 97
solve(ode765,y,x)
--R
--R
--R
--R
$$(53) \quad y(x) = \frac{-x y(x) + 1}{x \log(\frac{\%I-1}{\%I}) + 1}$$

--R
--R
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 53

--S 54 of 97
ode766 := (D(y(x),x) = y(x)*(-log(x)-x*log((x-1)*(1+x)/x)+_
log((x-1)*(1+x)/x)*x**2*y(x))/x/log(x))
--R
--R
--R
--R
$$(54) \quad y'(x) = \frac{-y(x)\log(x) + (x^2 y(x)^2 - x y(x))^2 \log(\frac{x-1}{x})}{x^2 \log^2(x)}$$

--R
--R
--R                                         Type: Equation Expression Integer
--E 54

```

```

--S 55 of 97
solve(ode766,y,x)
--R
--R
--R      (55)
--R      -
--R
--I          2
--I          %I - 1
--I          x log(%I) + %I log(-----)
--I          ++           %I
--I          |  ----- d%I
--I          ++           %I log(%I)
--R      y(x)%e
--R      *
--R
--I          2
--I          %I - 1
--I          x           %I log(-----)
--I          ++           %I
--I          |  ----- d%I
--R          ++
--I          2
--I          %I - 1
--I          %I log(%I) + %I log(-----)
--I          ++           %I
--I          |  ----- d%I
--I          ++           %I log(%I)
--I          log(%I)%e
--R
--R      +
--R      1
--R      /
--R
--I          2
--I          %I - 1
--I          x log(%I) + %I log(-----)
--I          ++           %I
--I          |  ----- d%I
--I          ++           %I log(%I)
--R      y(x)%e
--R
                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 55

--S 56 of 97
ode776 := (D(y(x),x) = y(x)*(-log(1/x)-log((x**2+1)/x)*x+_
log((x**2+1)/x)*x**2*y(x))/x/log(1/x))
--R
--R
--R      2      2           2
--R      x      + 1

```

```

--R          (x y(x) - x y(x))log(-----) - y(x)log(-)
--R          ,
--R      (56)  y (x)= -----
--R                               1
--R                               x log(-)
--R                               x
--R                                         Type: Equation Expression Integer
--E 56

--S 57 of 97
solve(ode776,y,x)
--R
--R
--R          - x y(x) + 1
--R      (57)  -----
--R          2
--I          %I   + 1      1
--I          x %I log(-----) + log(--)
--I          ++           %I           %I
--I          |   ----- d%I
--R          ++           1
--I          %I log(--)           %I
--I
--R          y(x)%e
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 57

--S 58 of 97
ode872 := (D(y(x),x) = 1/5*(-30*y(x)*x**3+12*x**6+70*x**(7/2)-30*x**3-
25*y(x)*x***(1/2)+50*x-25*x***(1/2)-25)/_
(-5*y(x)+2*x**3+10*x***(1/2)-5)/x)
--R
--R
--R          3      +-+      3      6      3
--R          (- 25y(x) + 70x - 25)\|x - 30x y(x) + 12x - 30x + 50x - 25
--R      (58)  y (x)= -----
--R                               +-+           4
--R                               50x\|x - 25x y(x) + 10x - 25x
--R                                         Type: Equation Expression Integer
--E 58

--S 59 of 97
solve(ode872,y,x)
--R
--R
--R      (59)

```

```

--R          +-+           3           +-+           2           3
--R      100log(\|x ) + (100y(x) - 40x + 100)\|x - 25y(x) + (20x - 50)y(x)
--R
--R      +
--R      6           3
--R      - 4x + 20x - 100x
--R /
--R      2
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 59

--S 60 of 97
ode555 := sqrt(D(y(x),x)**2+1)+x*D(y(x),x)-y(x)
--R
--R
--R      +-----+
--R      | ,   2
--R      (60)  |y (x) + 1 + xy (x) - y(x)
--R      \|                                         Type: Expression Integer
--E 60

--S 61 of 97
solve(ode555,y,x)
--R
--R
--R      +-----+
--R      | ,   2
--I      x |y (%I) + 1 - y(x)
--R      ++ \|                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--I      | ----- d%I
--R      ++           2
--I      %I
--R
--E 61

--S 62 of 97
ode557 := x*(sqrt(D(y(x),x)**2+1)+D(y(x),x))-y(x)
--R
--R
--R      +-----+
--R      | ,   2
--R      (62)  x |y (x) + 1 + xy (x) - y(x)
--R      \|                                         Type: Expression Integer
--E 62

```

```

--S 63 of 97
solve(ode557,y,x)
--R
--R
--R
$$(63) \frac{x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{2}{3}} + 1 - y(x)}{d^{\frac{1}{2}}}$$

--R
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 63

--S 64 of 97
ode558 := a*x*sqrt(D(y(x),x)**2+1)+x*D(y(x),x)-y(x)
--R
--R
--R
$$(64) \frac{a x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{2}{3}} + 1 + x y^{\frac{1}{3}} - y(x)}{\sqrt{d}}$$

--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 64

--S 65 of 97
solve(ode558,y,x)
--R
--R
--R
$$(65) \frac{x^{\frac{1}{2}} a^{\frac{1}{2}} y^{\frac{2}{3}} + 1 - y(x)}{d^{\frac{1}{2}}}$$

--R
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 65

--S 66 of 97
ode562 := a*(D(y(x),x)**3+1)**(1/3)+b*x*D(y(x),x)-y(x)
--R
--R
--R
$$(66) \frac{a^{\frac{1}{3}} y^{\frac{3}{2}} + 1 + b x y^{\frac{1}{3}} - y(x)}{d^{\frac{1}{3}}}$$


```

```

--R          \|                                         Type: Expression Integer
--R
--E 66

--S 67 of 97
solve(ode562,y,x)
--R
--R
--I           log(%I)                                log(%I)
--R   - ----- +----- - -----
--R           b      | ,     3                         b
--I           x a %e      3|y (%I)  + 1 - y(x)%e
--R           ++          \|                               d%I
--I   (67)  |  -----                                     Type: Union(Expression Integer,...)
--I           ++          %I
--R
--E 67

--S 68 of 97
ode563 := log(D(y(x),x))+x*D(y(x),x)+a*y(x)+b
--R
--R
--R   (68)  log(y (x)) + xy (x) + a y(x) + b
--R
--R
--E 68                                         Type: Expression Integer

--S 69 of 97
solve(ode563,y,x)
--R
--R
--I           a log(%I)      ,                           a log(%I)
--I           x %e      log(y (%I)) + (a y(x) + b)%e
--R           ++
--I   (69)  |  -----                                     d%I
--I           ++          %I
--R
--E 69                                         Type: Union(Expression Integer,...)

--S 70 of 97
ode564 := log(D(y(x),x))+a*(x*D(y(x),x)-y(x))
--R
--R
--R   (70)  log(y (x)) + a xy (x) - a y(x)

```

```

--R
--R
--E 70                                         Type: Expression Integer

--S 71 of 97
solve(ode564,y,x)
--R
--R
--R
--I      x log(y (%I)) - a y(x)
--R      ++
--I  (71)  |  -----
--R          ++           2
--I          %I
--R
--E 71                                         Type: Union(Expression Integer,...)

--S 72 of 97
ode571 := a*x**n*f(D(y(x),x))+x*D(y(x),x)-y(x)
--R
--R
--R
--R      n   ,
--R      a x f(y (x)) + xy (x) - y(x)
--R
--R
--E 72                                         Type: Expression Integer

--S 73 of 97
solve(ode571,y,x)
--R
--R
--R
--I      x a %I f(y (%I)) - y(x)
--R      ++
--I  (73)  |  -----
--R          ++           2
--I          %I
--R
--E 73                                         Type: Union(Expression Integer,...)

--S 74 of 97
ode573 := f(x*D(y(x),x)**2)+2*x*D(y(x),x)-y(x)
--R
--R
--R
--R      ,    2   ,
--R      f(x y (x) ) + 2xy (x) - y(x)

```



```

--R
--R
--R      2   2                               3   2   2
--R      ,   (x y(x) - x y(x))log(x) + x y(x) + (- x - x + 1)y(x)
--R      (78) y (x)= -----
--R                                         2
--R                                         x - x
--R                                         Type: Equation Expression Integer
--E 78

--S 79 of 97
solve(ode703,y,x)
--R
--R
--R      - x y(x) + 1
--R      (79) -----
--R      2           - dilog(x) + x
--R      (x - x)y(x)%e
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 79

--S 80 of 97
ode714 := (D(y(x),x) = -y(x)*(-log(1/x)+exp(x)+y(x)*x**2*log(x)+_
y(x)*x**3-x*log(x)-x**2)/(-log(1/x)+exp(x))/x)
--R
--R
--R      (80)
--R      2   2                               1           x   3   2   2
--R      (x y(x) - x y(x))log(x) - y(x)log(-) + y(x)%e + x y(x) - x y(x)
--R
--R      ,
--R      y (x)= -----
--R                                         1           x
--R                                         x log(-) - x %e
--R                                         x
--R                                         Type: Equation Expression Integer
--E 80

--S 81 of 97
solve(ode714,y,x)
--R
--R
--R      (81)
--R      -
--R
--I      1           %I   2
--I      x %I log(%I) + log(-- ) - %e + %I
--I      ++             %I
--I      |   ----- d%I

```

```

--I          ++
--I          1      %I
--I          %I log(--)
--I          %I %e
--R      y(x)%e
--R      *
--R      INTSIGN
--R      ,
--R      x
--R      ,
--R      ,
--R          2
--I          - %I log(%I) - %I
--R      -----
--I          1      %I      2
--I          %I %I log(%I) + log(--)
--I          %I
--R      +
--R      |      -----
--I          1      %I
--I          %I log(--)
--R      +
--R      1      %I
--I          1      %I
--I          (log(--)
--I          %I
--R      *
--R      d%I
--R      +
--R      1
--R      /
--R          1      %I      2
--I          x %I log(%I) + log(--)
--I          %I
--R      ++
--R      |      -----
--I          1      %I
--I          %I log(--)
--R      y(x)%e
--R
--E 81                                         Type: Union(Expression Integer,...)

--S 82 of 97
ode719 := (D(y(x),x) = y(x)*(-exp(x)+log(2*x)*x**2*y(x)-log(2*x)*x)/x/exp(x))
--R
--R
--R          2      2
--R          ,      (x y(x) - x y(x))log(2x) - y(x)%e
--R      (82)  y (x)= -----
--R                                     x
--R                                     x %e

```

```

--R                                         Type: Equation Expression Integer
--E 82

--S 83 of 97
solve(ode719,y,x)
--R
--R
--R
--R (83)  -----
--R           x          %I
--R           ++  %I log(2%I) + %e
--R           |  -----
--R           ++          %I
--R           %I %e
--R           y(x)%e
--R
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 83

--S 84 of 97
ode736 := (D(y(x),x) = (2*x**2+2*x+x**4-2*y(x)*x**2-1+y(x)**2)/(x+1))
--R
--R
--R
--R           2      2      4      2
--R           ,      y(x) - 2x y(x) + x + 2x + 2x - 1
--R (84)  y (x)= -----
--R           x + 1
--R
--R                                         Type: Equation Expression Integer
--E 84

--S 85 of 97
solve(ode736,y,x)
--R
--R
--R
--R           2      4      3      2
--R           (x + 2x - 2)y(x) - x - 2x + 3x + 2x + 4
--R (85)  -----
--R           2
--R           2y(x) - 2x - 2
--R
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 85

--S 86 of 97
ode765 := (D(y(x),x) = y(x)*(-1-log((x-1)*(1+x)/x)+_
log((x-1)*(1+x)/x)*x*y(x))/x)
--R
--R

```





```

--E 90

--S 91 of 97
solve(ode776,y,x)
--R
--R
--R
--R      - x y(x) + 1
--R      (91)  -----
--R                  2
--R                  %I + 1          1
--R      x %I log(-----) + log(--)
--R      ++           %I           %I
--R      |  ----- d%I
--R      ++           1
--R      %I log(--)           %I
--R      y(x)%e
--R
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 91

--S 92 of 97
ode872 := (D(y(x),x) = 1/5*(-30*y(x)*x**3+12*x**6+70*x**(7/2)-30*x**3-
      25*y(x)*x**1(1/2)+50*x-25*x**1(1/2)-25)/(-5*y(x)+2*x**3+_
      10*x**1(1/2)-5)/x)
--R
--R
--R
--R      3      +-+      3      6      3
--R      ,      (- 25y(x) + 70x - 25)\|x - 30x y(x) + 12x - 30x + 50x - 25
--R      (92)  y (x)= -----
--R
--R                  +-+      4
--R                  50x\|x - 25x y(x) + 10x - 25x
--R
--R                                         Type: Equation Expression Integer
--E 92

--S 93 of 97
solve(ode872,y,x)
--R
--R
--R      (93)
--R      100log(\|x ) + (100y(x) - 40x + 100)\|x - 25y(x) + (20x - 50)y(x)
--R      +
--R      6      3
--R      - 4x + 20x - 100x
--R      /
--R      2

```

```

--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 93

--S 94 of 97
ode956 := (D(y(x),x) = 1/(1+log(x))*y(x)*(-1-x**2/(1+log(x)))*_
           exp(2/(1+log(x))*log(x)**2)*x**2-x**2/(1+log(x)))*_
           exp(2/(1+log(x))*log(x)**2)*x**2*log(x)+x**2/(1+log(x)))*_
           exp(2/(1+log(x))*log(x)**2)*x**2*y(x)+2*x**2/(1+log(x)))*_
           exp(2/(1+log(x))*log(x)**2)*x**2*y(x)*log(x)+x**2/(1+log(x)))*_
           exp(2/(1+log(x))*log(x)**2)*x**2*y(x)*log(x)**2/x)

--R
--R
--R      (94)
--R      ,
--R      y (x) =
--R
--R      2 2 2 2 2 2 2 2 2
--R      (x y(x) log(x) + (2x y(x) - x y(x))log(x) + x y(x) - x y(x))
--R      *
--R      2
--R      2log(x) 2
--R      ----- -----
--R      log(x) + 1 log(x) + 1
--R      %e          x
--R      +
--R      - y(x)
--R      /
--R      x log(x) + x
--R                                         Type: Equation Expression Integer
--E 94

--S 95 of 97
solve(ode956,y,x)
--R
--R
--R      (95)  - y(x)log(x) - y(x) + 1
--R      -----
--R      4 4
--R      x  x
--R      --
--R      4 4
--R      y(x)%e log(x) + y(x)%e
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 95

--S 96 of 97

```

```

ode957 := (D(y(x),x) = 1/(1+log(x))*y(x)*(-1-x**3*x**2/(1+log(x)))*_
exp(2/(1+log(x))*log(x)**2)-x**3*x**2/(1+log(x)))*_
exp(2/(1+log(x))*log(x)**2)*log(x)+x**3*x**2/(1+log(x)))*_
exp(2/(1+log(x))*log(x)**2)*y(x)+2*x**3*x**2/(1+log(x)))*_
exp(2/(1+log(x))*log(x)**2)*y(x)*log(x)+x**3*x**2/(1+log(x)))*_
exp(2/(1+log(x))*log(x)**2)*y(x)*log(x)**2)/x)
--R
--R      (96)
--R      ,
--R      y (x) =
--R
--R      3   2   2   3   2   3   3   2   3
--R      (x y(x) log(x) + (2x y(x) - x y(x))log(x) + x y(x) - x y(x))
--R      *
--R      2
--R      2log(x)      2
--R      -----
--R      log(x) + 1 log(x) + 1
--R      %e          x
--R      +
--R      - y(x)
--R      /
--R      x log(x) + x
--R
                                         Type: Equation Expression Integer
--E 96

--S 97 of 97
solve(ode957,y,x)
--R
--R
--R      - y(x)log(x) - y(x) + 1
--R      (97) -----
--R      5   5
--R      x   x
--R      --
--R      5   5
--R      y(x)%e log(x) + y(x)%e
--R
                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 97
)spool
)lisp (bye)

```

## References

- [1] <http://www.cs.uwaterloo.ca/~ecterrab/odetools.html>