

\$SPAD/input schaum12.input

Timothy Daly

June 15, 2008

Contents

| | | | |
|-----------|-------------------|---|-----------|
| 1 | [1]:14.265 | $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$ | 3 |
| 2 | [1]:14.266 | $\int \frac{x \, dx}{ax^2 + bx + c}$ | 9 |
| 3 | [1]:14.267 | $\int \frac{x^2 dx}{ax^2 + bx + c}$ | 15 |
| 4 | [1]:14.268 | $\int \frac{x^m \, dx}{ax^2 + bx + c}$ | 19 |
| 5 | [1]:14.269 | $\int \frac{dx}{x(ax^2 + bx + c)}$ | 20 |
| 6 | [1]:14.270 | $\int \frac{dx}{x^2(ax^2 + bx + c)}$ | 25 |
| 7 | [1]:14.271 | $\int \frac{dx}{x^n(ax^2 + bx + c)}$ | 30 |
| 8 | [1]:14.272 | $\int \frac{dx}{(ax^2 + bx + c)^2}$ | 31 |
| 9 | [1]:14.273 | $\int \frac{x \, dx}{(ax^2 + bx + c)^2}$ | 36 |
| 10 | [1]:14.274 | $\int \frac{x^2 \, dx}{(ax^2 + bx + c)^2}$ | 41 |
| 11 | [1]:14.275 | $\int \frac{x^m \, dx}{(ax^2 + bx + c)^n}$ | 44 |
| 12 | [1]:14.276 | $\int \frac{x^{2n-1} \, dx}{(ax^2 + bx + c)^n}$ | 45 |
| 13 | [1]:14.277 | $\int \frac{dx}{x(ax^2 + bx + c)^2}$ | 46 |
| 14 | [1]:14.278 | $\int \frac{dx}{x^2(ax^2 + bx + c)^2}$ | 57 |
| 15 | [1]:14.279 | $\int \frac{dx}{x^m(ax^2 + bx + c)^n}$ | 68 |

1 [1]:14.265 $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$

$$\int \frac{1}{ax^2 + bx + c} = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{4ac - b^2}} \tan^{-1} \frac{2ax + b}{\sqrt{4ac - b^2}} \\ \frac{1}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \ln \left(\frac{2ax + b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2ax + b + \sqrt{b^2 - 4ac}} \right) \end{cases}$$

```

(*)≡
)spool schaum12.output
)set message test on
)set message auto off
)clear all

--S 1
aa:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R      (1)
--R      [
--R          log
--R          +-----+
--R          2 2           2 |           2           2   2   2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b   + (8a c - 2a b )x
--R          +
--R          3
--R          4a b c - b
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R          /
--R          +-----+
--R          |           2
--R          \| - 4a c + b
--R          ,
--R          +-----+
--R          |           2
--R          (2a x + b)\|4a c - b
--R          2atan(-----)
--R          2
--R          4a c - b
--R          -----
--R          +-----+
--R          |           2
--R          \|4a c - b
--R
                                         Type: Union(List Expression Integer,...)

```

```

--E

--S 2
bb1:=2/sqrt(4*a*c-b^2)*atan((2*a*x+b)/sqrt(4*a*c-b^2))
--R
--R
--R
$$(2) \frac{2\operatorname{atan}\left(\frac{2ax + b}{\sqrt{4ac - b^2}}\right)}{\sqrt{4ac - b^2}}$$

--R
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E

--S 3
bb2:=1/sqrt(b^2-4*a*c)*log((2*a*x+b-sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a*x+b+sqrt(b^2-4*a*c)))
--R
--R
--R
$$(3) \frac{\log\left(\frac{-\sqrt{-4ac + b^2} + 2ax + b}{\sqrt{-4ac + b^2} + 2ax + b}\right)}{\sqrt{-4ac + b^2}}$$

--R
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E

--S 4
cc1:=aa.1-bb1
--R
--R
--R
$$(4) \frac{\log\left(\frac{\sqrt{4ac - b^2}}{\sqrt{-4ac + b^2}}\right)}{\sqrt{4ac - b^2}}$$

--R
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E

```

```

--R          2 2           2 |           2           2           2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b   + (8a c - 2a b )x
--R          +
--R          3
--R          4a b c - b
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R          +
--R          +-----+
--R          |           2           2a x + b
--R          - 2\|- 4a c + b   atan(-----)
--R                                     +-----+
--R                                     |           2
--R                                     \|4a c - b
--R          /
--R          +-----+ +-----+
--R          |           2 |           2
--R          \|- 4a c + b   \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 5
cc2:=aa.1-bb2
--R
--R          (5)
--R          log
--R          +-----+
--R          2 2           2 |           2           2           2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b   + (8a c - 2a b )x
--R          +
--R          3
--R          4a b c - b
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R          +
--R          +-----+
--R          |           2
--R          - \|- 4a c + b   + 2a x + b
--R          - log(-----)
--R                                     +-----+
--R                                     |           2
--R                                     \|- 4a c + b   + 2a x + b
--R          /
--R          +-----+

```

```

--R      |      2
--R      \|- 4a c + b
--R
--E                                         Type: Expression Integer

--S 6
cc3:=aa.2-bb1
--R
--R
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b      2a x + b
--R      2atan(-----) - 2atan(-----)
--R      2
--R      4a c - b      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R
--R      (6) -----
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R
--E                                         Type: Expression Integer

--S 7
cc4:=aa.2-bb2
--R
--R      (7)
--R
--R      +-----+      +-----+
--R      |      2      |      2
--R      - \|- 4a c + b + 2a x + b
--R      - \|- 4a c - b log(-----)
--R
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|- 4a c + b + 2a x + b
--R
--R      +
--R      +-----+      +-----+
--R      |      2      |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R      2\|- 4a c + b atan(-----)
--R
--R      2
--R      4a c - b
--R
--R      /
--R      +-----+ +-----+
--R      |      2 |      2
--R      \|- 4a c + b \|4a c - b
--R
--E                                         Type: Expression Integer

```

```

--S 8
atanrule:=rule(atan(x) == -%i/2*log((1+%i*x)/(1-%i*x)))
--R
--R
--R      - x + %i
--R      %i log(-----)
--R      x + %i
--R      (8)  atan(x) == - -----
--R                           2
--R      Type: RewriteRule(Integer,Complex Integer,Expression Complex Integer)
--E

--S 9
dd3:=atanrule cc3
--R
--R      (9)
--R
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b  + 2%i a x + %i b
--R      %i log(-----)
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b  - 2%i a x - %i b
--R      +
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (- 2a x - b)\|4a c - b  + 4%i a c - %i b
--R      - %i log(-----)
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b  + 4%i a c - %i b
--R      /
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R
--R
--R      Type: Expression Complex Integer
--E

--S 10
ee3:=expandLog dd3
--R
--R      (10)
--R
--R      +-----+
--R      |      2
--R      %i log((2a x + b)\|4a c - b  + 4%i a c - %i b )
--R      +

```

```

--R          +-----+
--R          |           2
--R      - %i log((2a x + b)\|4a c - b   - 4%i a c + %i b )
--R      +
--R          +-----+
--R          |           2
--R      %i log(\|4a c - b   + 2%i a x + %i b)
--R      +
--R          +-----+
--R          |           2
--R      - %i log(\|4a c - b   - 2%i a x - %i b) - %i log(- 1)
--R      /
--R          +-----+
--R          |           2
--R      \|4a c - b
--R
                                         Type: Expression Complex Integer
--E

--S 11      14:265 Schaums and Axiom agree
ff3:=complexNormalize ee3
--R
--R      (11)  0
                                         Type: Expression Complex Integer
--E

```

2 [1]:14.266 $\int \frac{x \, dx}{ax^2 + bx + c}$

$$\int \frac{x}{ax^2 + bx + c} = \frac{1}{2a} \ln(ax^2 + bx + c) - \frac{b}{2a} \int \frac{1}{ax^2 + bx + c}$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 12
aa:=integrate(x/(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R   (1)
--R   [
--R       b
--R       *
--R       log
--R
--R       +-----+
--R       2 2           2 |           2           2
--R       (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R
--R       +
--R       3
--R       - 4a b c + b
--R
--R       /
--R       2
--R       a x  + b x + c
--R
--R       +
--R       +-----+
--R       2           |           2
--R       log(a x  + b x + c)\|- 4a c + b
--R
--R       /
--R       +-----+
--R       |           2
--R       2a\|- 4a c + b
--R
--R       ,
--R       +-----+
--R       |           2           +-----+
--R       (2a x + b)\|4a c - b           2           |           2
--R
--R       - 2b atan(-----) + log(a x  + b x + c)\|4a c - b
--R
--R       2
--R       4a c - b
--R
--R   -----
--R
--R       +-----+
--R       |           2
--R       2a\|4a c - b
--R
--R   Type: Union(List Expression Integer,...)

```

```

--E

--S 13
t1:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R
--R      (2)
--R      [
--R          log
--R
--R          +-----+
--R          2 2           2 |           2           2           2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R          +
--R          3
--R          4a b c - b
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R          /
--R          +-----+
--R          |           2
--R          \|- 4a c + b
--R          ,
--R          +-----+
--R          |           2
--R          (2a x + b)\|4a c - b
--R          2atan(-----)
--R          2
--R          4a c - b
--R          -----
--R          +-----+
--R          |           2
--R          \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 14
bb1:=1/(2*a)*log(a*x^2+b*x+c)-b/(2*a)*t1.1
--R
--R
--R      (3)
--R      -
--R          b
--R          *
--R          log
--R
--R          +-----+

```

```

--R          2 2           2 |           2           2           2           2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b   + (8a c - 2a b )x
--R
--R          +
--R          3
--R          4a b c - b
--R
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R
--R          +
--R          +-----+
--R          2           |           2
--R          log(a x  + b x + c)\|- 4a c + b
--R
--R          /
--R          +-----+
--R          |           2
--R          2a\|- 4a c + b
--R
--R          Type: Expression Integer
--E

--S 15
bb2:=1/(2*a)*log(a*x^2+b*x+c)-b/(2*a)*t1.2
--R
--R
--R          +-----+
--R          |           2
--R          (2a x + b)\|4a c - b           2           |           2
--R          - 2b atan(-----) + log(a x  + b x + c)\|4a c - b
--R
--R          2
--R          4a c - b
--R
--R          (4)  -----
--R          +-----+
--R          |           2
--R          2a\|4a c - b
--R
--R          Type: Expression Integer
--E

--S 16
cc1:=aa.1-bb1
--R
--R          (5)
--R          b
--R          *
--R          log
--R
--R          +-----+
--R          2 2           2 |           2           2           2           2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b   + (8a c - 2a b )x

```

```

--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      b
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2           2 | 2           2           2           2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      /
--R      +-----+
--R      | 2
--R      2a\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 17
cc2:=aa.2-bb1
--R
--R      (6)
--R      +-----+
--R      | 2
--R      b\|4a c - b
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2           2 | 2           2           2           2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      +-----+

```

```

--R      +-----+ | 2
--R      | 2      (2a x + b)\|4a c - b
--R      - 2b\|- 4a c + b atan(-----)
--R                                         2
--R                                         4a c - b
--R   /
--R      +-----+ +-----+
--R      | 2 | 2
--R      2a\|- 4a c + b \|4a c - b
--R
--E                                         Type: Expression Integer

--S 18
cc3:=aa.2-bb1
--R
--R      (7)
--R      +-----+
--R      | 2
--R      b\|4a c - b
--R      *
--R      log
--R
--R      2 2      2 | 2      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R
--R      +
--R      +-----+ | 2
--R      | 2      (2a x + b)\|4a c - b
--R      - 2b\|- 4a c + b atan(-----)
--R                                         2
--R                                         4a c - b
--R   /
--R      +-----+ +-----+
--R      | 2 | 2
--R      2a\|- 4a c + b \|4a c - b
--R
--E                                         Type: Expression Integer

--S 19      14:266 Schaums and Axiom agree
cc4:=aa.2-bb2

```

```
--R
--R      (8)  0
--R
--E                                         Type: Expression Integer
```

3 [1]:14.267 $\int \frac{x^2 dx}{ax^2 + bx + c}$

$$\int \frac{x^2}{ax^2 + bx + c} = \frac{x}{a} - \frac{b}{2a^2} \ln(ax^2 + bx + c) + \frac{b^2 - 2ac}{2a^2} \int \frac{1}{ax^2 + bx + c}$$

(*)+≡

)clear all

```
--S 20
aa:=integrate(x^2/(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R
--R      (1)
--R      [
--R          2
--R          (2a c - b )
--R          *
--R          log
--R
--R          2 2
--R          2 | 2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R          +
--R          3
--R          - 4a b c + b
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R          +
--R          2
--R          | 2
--R          (- b log(a x  + b x + c) + 2a x)\|- 4a c + b
--R          /
--R          2 | 2
--R          2a \|- 4a c + b
--R          ,
--R
--R          2
--R          | 2
--R          (2a x + b)\|4a c - b
--R          (- 4a c + 2b )atan(-----)
--R                      2
--R                      4a c - b
--R          +
--R          +-----+
```

```

--R          2           |           2
--R      (- b log(a x  + b x + c) + 2a x)\|4a c - b
--R      /
--R      +-----+
--R      2 |           2
--R      2a \|4a c - b
--R      ]
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 21
t1:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R
--R      (2)
--R      [
--R          log
--R          +-----+
--R          2 2           2 |           2           2           2           2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R          +
--R          3
--R          4a b c - b
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R          /
--R          +-----+
--R          |           2
--R          \|- 4a c + b
--R          ,
--R          +-----+
--R          |           2
--R          (2a x + b)\|4a c - b
--R          2atan(-----)
--R          2
--R          4a c - b
--R          -----
--R          +-----+
--R          |           2
--R          \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 22
bb1:=x/a-b/(2*a^2)*log(a*x^2+b*x+c)+(b^2-2*a*c)/(2*a^2)*t1.1

```

```

--R
--R
--R (3)
--R
--R      2
--R      (- 2a c + b )
--R      *
--R      log
--R
--R      2 2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      2
--R      (- b log(a x  + b x + c) + 2a x)\|- 4a c + b
--R      /
--R      +-----+
--R      2 | 2
--R      2a \|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 23
bb2:=x/a-b/(2*a^2)*log(a*x^2+b*x+c)+(b^2-2*a*c)/(2*a^2)*t1.2
--R
--R
--R (4)
--R
--R      +-----+
--R      | 2
--R      2      (2a x + b)\|4a c - b
--R      (- 4a c + 2b )atan(-----)
--R
--R      2
--R      4a c - b
--R      +
--R
--R      +-----+
--R      2 | 2
--R      (- b log(a x  + b x + c) + 2a x)\|4a c - b
--R      /
--R      +-----+
--R      2 | 2
--R      2a \|4a c - b

```

```

--R                                         Type: Expression Integer
--E

--S 24
cc1:=bb1-aa.1
--R
--R      (5)
--R      (- 2a c + b )2
--R      *
--R      log
--R
--R      2 2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x2
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      2
--R      (- 2a c + b )
--R      *
--R      log
--R
--R      2 2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (- 8a c + 2a b )x2
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      /
--R      +-----+
--R      2 |      2
--R      2a \|- 4a c + b
--R                                         Type: Expression Integer
--E

--S 25      14:267 Schaums and Axiom differ by a constant
dd1:=complexNormalize cc1
--R
--R      2      3      2 2
--R      (- 2a c + b )log(- 16a c + 4a b )

```

```

--R      (6)  -----
--R                  +-----+
--R                  2 |      2
--R                  2a \| - 4a c + b
--R
--E                                         Type: Expression Integer
```

4 [1]:14.268

$$\int \frac{x^m dx}{ax^2 + bx + c}$$

$$\int \frac{x^m}{ax^2 + bx + c} = \frac{x^{m-1}}{(m-1)a} - \frac{c}{a} \int \frac{x^{m-2}}{ax^2 + bx + c} - \frac{b}{a} \int \frac{x^{m-1}}{ax^2 + bx + c}$$

$\langle * \rangle + \equiv$
 $\text{\textgreater; clear all}$

```

--S 26      14:268 Axiom cannot compute this integral
aa:=integrate(x^m/(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R
--R      x      m
--R      ++      %N
--R      (1)  |  ----- d%N
--R      ++      2
--R      c + %N b + %N a
--R
--E                                         Type: Union(Expression Integer,...)
```

5 [1]:14.269

$$\int \frac{dx}{x(ax^2 + bx + c)}$$

$$\int \frac{1}{x(ax^2 + bx + c)} = \frac{1}{2c} \ln \left(\frac{x^2}{ax^2 + bx + c} \right) - \frac{b}{2c} \int \frac{1}{ax^2 + bx + c}$$

(*)+≡
)clear all

```
--S 27
aa:=integrate(1/(x*(a*x^2+b*x+c)),x)
--R
--R
--R      (1)
--R      [
--R          b
--R          *
--R          log
--R
--R          2 2
--R          2 | 2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R          +
--R          3
--R          - 4a b c + b
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R          +
--R          2
--R          | 2
--R          (- log(a x  + b x + c) + 2log(x))\|- 4a c + b
--R          /
--R          +-----+
--R          | 2
--R          2c\|- 4a c + b
--R          ,
--R          +-----+
--R          | 2
--R          (2a x + b)\|4a c - b
--R          - 2b atan(-----)
--R                      2
--R                      4a c - b
--R          +
--R          2
--R          | 2
```

```

--R      (- log(a x2 + b x + c) + 2log(x))\|4a c - b
--R      /
--R      +-----+
--R      |          2
--R      2c\|4a c - b
--R      ]
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 28
t1:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R
--R      (2)
--R      [
--R          log
--R
--R          +-----+
--R          2 2           2 |          2           2           2           2
--R          (2a x2 + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b2 + (8a c - 2a b )x
--R
--R          +
--R          3
--R          4a b c - b
--R
--R          /
--R          2
--R          a x2 + b x + c
--R
--R          /
--R          +-----+
--R          |          2
--R          \|- 4a c + b
--R
--R          ,
--R          +-----+
--R          |          2
--R          (2a x + b)\|4a c - b
--R
--R          2atan(-----)
--R
--R          2
--R          4a c - b
--R
--R          -----
--R          +-----+
--R          |          2
--R          \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 29
bb1:=1/(2*c)*log(x^2/(a*x^2+b*x+c))-b/(2*c)*t1.1
--R

```

```

--R
--R      (3)
--R      -
--R          b
--R          *
--R          log
--R
--R          +-----+
--R          2 2           2 |           2           2           2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b   + (8a c - 2a b )x
--R
--R          +
--R          3
--R          4a b c - b
--R
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R
--R          +
--R          2           +-----+
--R          x           |           2
--R          log(-----)\|- 4a c + b
--R
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R
--R          /
--R          +-----+
--R          |           2
--R          2c\|- 4a c + b
--R
--R
--E                                         Type: Expression Integer

--S 30
bb2:=1/(2*c)*log(x^2/(a*x^2+b*x+c))-b/(2*c)*t1.2
--R
--R
--R          +-----+
--R          |           2           2           +-----+
--R          (2a x + b)\|4a c - b           x           |           2
--R          - 2b atan(-----) + log(-----)\|4a c - b
--R
--R          2           2
--R          4a c - b           a x  + b x + c
--R
--R      (4) -----
--R          +-----+
--R          |           2
--R          2c\|4a c - b
--R
--E                                         Type: Expression Integer

--S 31

```

```

cc1:=bb1-aa.1
--R
--R      (5)
--R      -
--R          b
--R          *
--R          log
--R
--R          +-----+
--R          2 2           2 |           2           2           2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b   + (8a c - 2a b )x
--R
--R          +
--R          3
--R          4a b c - b
--R
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R
--R          +
--R          -
--R          b
--R          *
--R          log
--R
--R          +-----+
--R          2 2           2 |           2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b
--R
--R          +
--R          2           2           3
--R          (- 8a c + 2a b )x - 4a b c + b
--R
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R
--R          +
--R          2           x           +-----+           2
--R          (log(a x  + b x + c) - 2log(x) + log(-----))\|- 4a c + b
--R
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R
--R          /
--R          +-----+
--R          |           2
--R          2c\|- 4a c + b
--R
--E                                         Type: Expression Integer
--S 32
dd1:=expandLog cc1
--R

```

```

--R      (6)
--R      -
--R      b
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2          2 |          2          2          2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      +
--R      -
--R      b
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2          2 |          2          2          2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      +
--R      2
--R      2b log(a x  + b x + c)
--R      /
--R      +-----+
--R      |          2
--R      2c\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 33      14:269 Schaums and Axiom differ by a constant
ee1:=complexNormalize dd1
--R
--R      3          2 2
--R      b log(- 16a c + 4a b )
--R      (7)  - -----
--R
--R      +-----+
--R      |          2
--R      2c\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```



```

--R          2
--R      (b x log(a x + b x + c) - 2b x log(x) - 2c)\|4a c - b
--R      /
--R      +-----+
--R      2 |      2
--R      2c x\|4a c - b
--R      ]
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 35
t1:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R
--R      (2)
--R      [
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2           2 |      2           2           2           2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      /
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|- 4a c + b
--R      ,
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R      2atan(-----)
--R
--R      2
--R      4a c - b
--R      -----
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 36
bb1:=b/(2*c^2)*log((a*x^2+b*x+c)/x^2)-1/(c*x)+(b^2-2*a*c)/(2*c^2)*t1.1

```

```

--R
--R
--R (3)
--R
--R      2
--R      (- 2a c + b )x
--R      *
--R      log
--R
--R      2 2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      2
--R      a x  + b x + c | 2
--R      (b x log(-----) - 2c)\|- 4a c + b
--R      2
--R      x
--R      /
--R      +-----+
--R      2 | 2
--R      2c x\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 37
bb2:=b/(2*c^2)*log((a*x^2+b*x+c)/x^2)-1/(c*x)+(b^2-2*a*c)/(2*c^2)*t1.2
--R
--R
--R (4)
--R
--R      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R      (- 4a c + 2b )x atan(-----)
--R
--R      2
--R      4a c - b
--R      +
--R      2
--R      a x  + b x + c | 2
--R      (b x log(-----) - 2c)\|4a c - b
--R      2
--R      x

```

```

--R   /
--R   +-----+
--R   2 |      2
--R   2c x\|4a c - b
--R
--E                                         Type: Expression Integer

--S 38
cc1:=bb1-aa.1
--R
--R   (5)
--R   (- 2a c + b )2
--R   *
--R   log
--R
--R   +-----+
--R   2 2           2 |      2           2 2      2
--R   (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R   +
--R   3
--R   4a b c - b
--R   /
--R   2
--R   a x  + b x + c
--R   +
--R   2
--R   (- 2a c + b )
--R   *
--R   log
--R
--R   +-----+
--R   2 2           2 |      2           2 2      2
--R   (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R   +
--R   3
--R   - 4a b c + b
--R   /
--R   2
--R   a x  + b x + c
--R   +
--R   2
--R   (- b log(a x  + b x + c) + 2b log(x) + b log(-----))\|- 4a c + b
--R   2
--R   x
--R   /
--R   +-----+

```

```

--R      2 |      2
--R      2c \| - 4a c + b
--R
--E                                         Type: Expression Integer

--S 39
dd1:=expandLog cc1
--R
--R      (6)
--R      2
--R      (- 2a c + b )
--R      *
--R      log
--R
--R      2 2           2 |      2           2           2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\| - 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      +
--R      2
--R      (- 2a c + b )
--R      *
--R      log
--R
--R      2 2           2 |      2           2           2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\| - 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      +
--R      2           2
--R      (4a c - 2b )log(a x  + b x + c)
--R      /
--R      +-----+
--R      2 |      2
--R      2c \| - 4a c + b
--R
--E                                         Type: Expression Integer

--S 40      14:270 Schaums and Axiom differ by a constant
ee1:=complexNormalize dd1
--R
--R      2           3           2 2
--R      (- 2a c + b )log(- 16a c + 4a b )
--R      (7)  -----

```

```

--R          +-----+
--R          2 |           2
--R          2c \| - 4a c + b
--R
--E                                         Type: Expression Integer

```

7 [1]:14.271

$$\int \frac{dx}{x^n(ax^2 + bx + c)}$$

$$\int \frac{1}{x^n(ax^2 + bx + c)} = -\frac{1}{(n-1)cx^{n-1}} - \frac{b}{c} \int \frac{1}{x^{n-1}(ax^2 + bx + c)} - \frac{a}{c} \int \frac{1}{x^{x-2}(ax^2 + bx + c)}$$

$$\langle * \rangle + \equiv$$

$$)\text{clear all}$$

--S 41 14:271 Axiom cannot compute this integral

```

aa:=integrate(1/(x^n*(a*x^2+b*x+c)),x)
--R
--R
--R          x
--R          ++
--R          (1)  |  -----
--R          ++           2      n
--R                      (c + %N b + %N a)%N
--R
--E                                         Type: Union(Expression Integer,...)

```

8 [1]:14.272

$$\int \frac{dx}{(ax^2 + bx + c)^2}$$

$$\int \frac{1}{(ax^2 + bx + c)^2} = \frac{2xa + b}{(4ac - b^2)(ax^2 + bx + c)} + \frac{2a}{4ac - b^2} \int \frac{1}{ax^2 + bx + c}$$

(*)+≡
)clear all

```
--S 42
aa:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c)^2,x)
--R
--R
--R      (1)
--R      [
--R          2 2
--R          (2a x  + 2a b x + 2a c)
--R          *
--R          log
--R
--R          2 2
--R          2 | 2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R          +
--R          3
--R          4a b c - b
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R          +
--R          +-----+
--R          | 2
--R          (2a x + b)\|- 4a c + b
--R          /
--R          2 2 2
--R          3 2 2 | 2
--R          ((4a c - a b )x  + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|- 4a c + b
--R          ,
--R          +-----+
--R          | 2
--R          2 2
--R          (2a x + b)\|4a c - b
--R          (4a x  + 4a b x + 4a c)atan(-----) + (2a x + b)\|4a c - b
--R          2
--R          4a c - b
--R
--R -----
--R          2 2 2
--R          3 2 2 | 2
--R          +-----+
```

```

--R      ((4a c - a b )x + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|4a c - b
--R      ]
--R                                         Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 43
t1:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R
--R      (2)
--R      [
--R          log
--R
--R          +-----+
--R          2 2           2 |           2           2           2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b   + (8a c - 2a b )x
--R          +
--R          3
--R          4a b c - b
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R          /
--R          +-----+
--R          |           2
--R          \|- 4a c + b
--R          ,
--R          +-----+
--R          |           2
--R          (2a x + b)\|4a c - b
--R          2atan(-----)
--R          2
--R          4a c - b
--R          -----
--R          +-----+
--R          |           2
--R          \|4a c - b
--R
--R                                         Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 44
bb1:=(2*a*x+b)/((4*a*c-b^2)*(a*x^2+b*x+c))+(2*a)/(4*a*c-b^2)*t1.1
--R
--R      (3)
--R
--R          2 2
--R          (2a x  + 2a b x + 2a c)
--R          *

```

```

--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2           2 |           2           2           2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b   + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      +-----+
--R      |           2
--R      (2a x + b )\|- 4a c + b
--R      /
--R      2           2           3           2           2 |           2
--R      ((4a c - a b )x  + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|- 4a c + b
--R
--E                                         Type: Expression Integer

--S 45
bb2:=(2*a*x+b)/((4*a*c-b^2)*(a*x^2+b*x+c))+(2*a)/(4*a*c-b^2)*t1.2
--R
--R      (4)
--R
--R      +-----+           +-----+
--R      2 2           |           2           +-----+
--R      (2a x + b )\|4a c - b   |           2
--R      (4a x  + 4a b x + 4a c)atan(-----) + (2a x + b )\|4a c - b
--R
--R      2
--R      4a c - b
--R
--R      +-----+
--R      2           2           3           2           2 |           2
--R      ((4a c - a b )x  + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|4a c - b
--R
--E                                         Type: Expression Integer

--S 46
cc1:=aa.1-bb1
--R
--R      (5)  0
--R
--E                                         Type: Expression Integer

--S 47

```

```

cc2:=aa.2-bb1
--R
--R      (6)
--R      -
--R      +-----+
--R      |           2
--R      2a\|4a c - b
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      |           2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b   + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      +-----+
--R      |           2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R      4a\|- 4a c + b atan(-----)
--R
--R      2
--R      4a c - b
--R      /
--R      +-----+ +-----+
--R      2 |           2 |           2
--R      (4a c - b )\|- 4a c + b \|4a c - b
--R
--E                                         Type: Expression Integer

--S 48
cc3:=aa.1-bb2
--R
--R      (7)
--R      +-----+
--R      |           2
--R      2a\|4a c - b
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      |           2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b   + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3

```

```

--R          4a b c - b
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R          +
--R          +-----+           +-----+
--R          |          2      |          2
--R          (2a x + b)\|4a c - b
--R          - 4a\|- 4a c + b   atan(-----)
--R                                     2
--R                                     4a c - b
--R          /
--R          +-----+ +-----+
--R          2 | 2 | 2 | 2
--R          (4a c - b )\|- 4a c + b \|4a c - b
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E

--S 49      14:272 Schaums and Axiom agree
cc4:=aa.2-bb2
--R
--R      (8)  0
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E

```

9 [1]:14.273 $\int \frac{x \, dx}{(ax^2 + bx + c)^2}$

$$\int \frac{x}{(ax^2 + bx + c)^2} = -\frac{bx + 2c}{(4ac - b^2)(ax^2 + bx + c)} - \frac{b}{4ac - b^2} \int \frac{1}{ax^2 + bx + c}$$

$$(*)+≡$$

$$)\text{clear all}$$

--S 50
aa:=integrate(x/(a*x^2+b*x+c)^2,x)
--R
--R
--R (1)
--R [
--R 2 2
--R (a b x + b x + b c)
--R *
--R log
--R
--R 2 2 2 | 2
--R (2a x + 2a b x - 2a c + b)\|- 4a c + b + (- 8a c + 2a b)x
--R +
--R 3
--R - 4a b c + b
--R /
--R 2
--R a x + b x + c
--R +
--R +-----+
--R | 2
--R (- b x - 2c)\|- 4a c + b
--R /
--R 2 2 2 3 2 2 | 2
--R ((4a c - a b)x + (4a b c - b)x + 4a c - b c)\|- 4a c + b
--R ,
--R
--R +-----+
--R | 2
--R (2a x + b)\|4a c - b
--R (- 2a b x - 2b x - 2b c)atan(-----)
--R 2
--R 4a c - b
--R +
--R +-----+

```

--R          |      2
--R      (- b x - 2c)\|4a c - b
--R      /
--R          +-----+
--R          2      2      2      3      2      2      |      2
--R      ((4a c - a b )x  + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|4a c - b
--R      ]
--R                                         Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 51
t1:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R
--R      (2)
--R      [
--R          log
--R          +-----+
--R          2 2      2      |      2      2      2      2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R          +
--R          3
--R          4a b c - b
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R          /
--R          +-----+
--R          |      2
--R          \|- 4a c + b
--R          ,
--R          +-----+
--R          |      2
--R          (2a x + b)\|4a c - b
--R          2atan(-----)
--R          2
--R          4a c - b
--R          -----
--R          +-----+
--R          |      2
--R          \|4a c - b
--R                                         Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 52
bb1:=-(b*x+2*c)/((4*a*c-b^2)*(a*x^2+b*x+c))-b/(4*a*c-b^2)*t1.1

```

```

--R
--R
--R (3)
--R
--R      2      2
--R      (- a b x - b x - b c)
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2          2 |      2      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (- b x - 2c)\|- 4a c + b
--R      /
--R      +-----+
--R      2      2 2          3      2      2 |      2
--R      ((4a c - a b )x + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|- 4a c + b
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E

--S 53
bb2:=-(b*x+2*c)/((4*a*c-b^2)*(a*x^2+b*x+c))-b/(4*a*c-b^2)*t1.2
--R
--R
--R (4)
--R
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R      (- 2a b x - 2b x - 2b c)atan(-----)
--R
--R      2
--R      4a c - b
--R      +
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (- b x - 2c)\|4a c - b
--R      /
--R      +-----+
--R      2      2 2          3      2      2 |      2
--R      ((4a c - a b )x + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|4a c - b

```

```

--R                                         Type: Expression Integer
--E

--S 54
cc1:=bb1-aa.1
--R
--R      (5)
--R      -
--R          b
--R      *
--R          log
--R
--R          +-----+
--R          2 2           2 |           2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b   + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R          3
--R          4a b c - b
--R      /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R      +
--R      -
--R          b
--R      *
--R          log
--R
--R          +-----+
--R          2 2           2 |           2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b
--R      +
--R          2           2           3
--R          (- 8a c + 2a b )x - 4a b c + b
--R      /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R      /
--R          +-----+
--R          2 |           2
--R          (4a c - b )\|- 4a c + b
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E

--S 55
dd1:=expandLog cc1
--R
--R      (6)
--R      -

```

```

--R      b
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2          2 |          2          2          2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R
--R      +
--R      -
--R      b
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2          2 |          2          2          2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R
--R      +
--R      2
--R      2b log(a x  + b x + c)
--R
--R      /
--R
--R      +-----+
--R      2 |          2
--R      (4a c - b )\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 56      14:273 Schaums and Axiom differ by a constant
ee1:=complexNormalize dd1
--R
--R
--R      3          2 2
--R      b log(- 16a c + 4a b )
--R      (7)  - -----
--R
--R      +-----+
--R      2 |          2
--R      (4a c - b )\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

10 [1]:14.274 $\int \frac{x^2 dx}{(ax^2 + bx + c)^2}$

$$\int \frac{x^2}{(ax^2 + bx + c)^2} = \frac{(b^2 - 2ac)x + bc}{a(4ac - b^2)(ax^2 + bx + c)} + \frac{2c}{4ac - b^2} \int \frac{1}{ax^2 + bx + c}$$

$$(*)+ \equiv$$

$$)\text{clear all}$$

--S 57
aa:=integrate(x^2/(a*x^2+b*x+c)^2,x)
--R
--R
--R (1)
--R [
--R 2 2 2
--R (2a c x + 2a b c x + 2a c)
--R *
--R log
--R
--R 2 2 2 | 2
--R (2a x + 2a b x - 2a c + b)\|- 4a c + b + (8a c - 2a b)x
--R +
--R 3
--R 4a b c - b
--R /
--R 2
--R a x + b x + c
--R +
--R 2 2
--R ((- 2a c + b)x + b c)\|- 4a c + b
--R /
--R 3 2 2 2 2 3 2 2 2 | 2
--R ((4a c - a b)x + (4a b c - a b)x + 4a c - a b c)\|- 4a c + b
--R ,
--R
--R 2 2
--R (2a x + b)\|4a c - b
--R (4a c x + 4a b c x + 4a c)atan(-----)
--R
--R 2
--R 4a c - b
--R +
--R 2

```

--R          2      |      2
--R      ((- 2a c + b )x + b c)\|4a c - b
--R      /
--R      +-----+
--R      3      2 2 2      2      3      2 2 2      2 |      2
--R      ((4a c - a b )x  + (4a b c - a b )x + 4a c - a b c)\|4a c - b
--R      ]
--R                                         Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 58
t1:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R
--R      (2)
--R      [
--R          log
--R          +-----+
--R          2 2      2 |      2      2      2      2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R          +
--R          3
--R          4a b c - b
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R          /
--R          +-----+
--R          |      2
--R          \|- 4a c + b
--R          ,
--R          +-----+
--R          |      2
--R          (2a x + b)\|4a c - b
--R          2atan(-----)
--R          2
--R          4a c - b
--R          -----
--R          +-----+
--R          |      2
--R          \|4a c - b
--R                                         Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 59
bb1:=((b^2-2*a*c)*x+b*c)/(a*(4*a*c-b^2)*(a*x^2+b*x+c))+(2*c)/(4*a*c-b^2)*t1.1

```

```

--R
--R (3)
--R      2   2           2
--R      (2a c x  + 2a b c x + 2a c )
--R      *
--R      log
--R
--R      2 2           2 |           2           2   2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      2           2
--R      ((- 2a c + b )x + b c)\|- 4a c + b
--R      /
--R      3   2 2 2       2           3           2 2   2 |           2
--R      ((4a c - a b )x  + (4a b c - a b )x + 4a c  - a b c)\|- 4a c + b
--R                                         Type: Expression Integer
--E

--S 60
bb2:=((b^2-2*a*c)*x+b*c)/(a*(4*a*c-b^2)*(a*x^2+b*x+c))+(2*c)/(4*a*c-b^2)*t1.2
--R
--R (4)
--R
--R      2   2           2           (2a x + b)\|4a c - b
--R      (4a c x  + 4a b c x + 4a c )atan(-----)
--R
--R                                         2
--R                                         4a c - b
--R      +
--R      2           2
--R      ((- 2a c + b )x + b c)\|4a c - b
--R      /
--R      3   2 2 2       2           3           2 2   2 |           2
--R      ((4a c - a b )x  + (4a b c - a b )x + 4a c  - a b c)\|4a c - b
--R                                         Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 61      14:274 Schaums and Axiom agree
cc1:=aa.1-bb1
--R
--R      (5)  0
--R
--E                                         Type: Expression Integer

11 [1]:14.275      
$$\int \frac{x^m dx}{(ax^2 + bx + c)^n}$$


$$\int \frac{x^m}{(ax^2 + bx + c)^n} = -\frac{x^{m-1}}{(2n-m-1)a(ax^2 + bx + c)^{n-1}}$$


$$+ \frac{(m-1)c}{(2n-m-1)a} \int \frac{x^{m-2}}{(ax^2 + bx + 2)^n}$$


$$- \frac{(n-m)b}{(2n-m-1)a} \int \frac{x^{m-1}}{(ax^2 + bx + c)^n}$$

(* )+≡
)clear all

--S 62      14:275 Axiom cannot compute this integral
aa:=integrate(x^m/(a*x^2+b*x+c)^n,x)
--R
--R
--R      x          m
--I      ++          %N
--I      (1)  |  -----
--R      ++          2   n
--I      (c + %N b + %N a)
--R
--E                                         Type: Union(Expression Integer,...)

```

12 [1]:14.276 $\int \frac{x^{2n-1} dx}{(ax^2 + bx + c)^n}$

$$\int \frac{x^{2n-1}}{(ax^2 + bx + c)^n} = \frac{1}{a} \int \frac{x^{2n-3}}{(ax^2 + bx + c)^{n-1}}$$

$$-\frac{c}{a} \int \frac{x^{2n-3}}{(ax^2 + bx + c)^n}$$

$$-\frac{b}{a} \int \frac{x^{2n-2}}{(ax^2 + bx + c)^n}$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 63      14:276 Axiom cannot compute this integral
aa:=integrate(x^(2*n-1)/(a*x^2+b*x+c)^n,x)
--R
--R
--R           x      2n - 1
--I           ++      %N
--I   (1)  |  ----- d%N
--R           ++      2   n
--I           (c + %N b + %N a)
--R
                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E

```

13 [1]:14.277 $\int \frac{dx}{x(ax^2 + bx + c)^2}$

$$\int \frac{1}{x(ax^2 + bx + c)^2} = \frac{1}{2c(ax^2 + bx + 2)}$$

$$-\frac{b}{2c} \int \frac{1}{(ax^2 + bx + c)^2}$$

$$+\frac{1}{c} \int \frac{1}{x(ax^2 + bx + c)}$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 64
aa:=integrate(1/(x*(a*x^2+b*x+c)^2),x)
--R
--R
--R (1)
--R [
--R      2      3  2      2      4      2      3
--R      ((6a b c - a b )x  + (6a b c - b )x + 6a b c - b c)
--R      *
--R      log
--R
--R      2 2      2 |      2      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      2      2  2      3      2      2
--R      ((- 4a c + a b )x  + (- 4a b c + b )x - 4a c + b c)
--R      *
--R      2
--R      log(a x  + b x + c)
--R      +
--R      2      2  2      3      2      2
--R      ((8a c - 2a b )x  + (8a b c - 2b )x + 8a c - 2b c)log(x)
--R      +
--R      2      2
--R      - 2a b c x + 4a c - 2b c

```

```

--R      *
--R      +-----+
--R      |          2
--R      \| - 4a c + b
--R      /
--R      +-----+
--R      |          2
--R      ((8a c - 2a b c )x + (8a b c - 2b c )x + 8a c - 2b c )\| - 4a c + b
--R      ,
--R
--R      +-----+
--R      |          2
--R      ((- 12a b c + 2a b )x + (- 12a b c + 2b )x - 12a b c + 2b c )
--R      *
--R      +-----+
--R      |          2
--R      (2a x + b)\| 4a c - b
--R      atan(-----)
--R                  2
--R                  4a c - b
--R      +
--R      +-----+
--R      |          2
--R      ((- 4a c + a b )x + (- 4a b c + b )x - 4a c + b c )
--R      *
--R      2
--R      log(a x + b x + c)
--R      +
--R      +-----+
--R      |          2
--R      ((8a c - 2a b )x + (8a b c - 2b )x + 8a c - 2b c )log(x)
--R      +
--R      2          2
--R      - 2a b c x + 4a c - 2b c
--R      *
--R      +-----+
--R      |          2
--R      \|| 4a c - b
--R      /
--R      +-----+
--R      |          2
--R      ((8a c - 2a b c )x + (8a b c - 2b c )x + 8a c - 2b c )\| 4a c - b
--R      ]
--R                                         Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 65
t1:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c)^2,x)
--R

```

```

--R      (2)
--R      [
--R          2 2
--R          (2a x  + 2a b x + 2a c)
--R      *
--R          log
--R
--R          2 2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b   + (8a c - 2a b )x
--R
--R          +
--R          3
--R          4a b c - b
--R
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R
--R          +
--R          +-----+
--R          |       2
--R          (2a x + b)\|- 4a c + b
--R
--R          /
--R          2 2      2 2      3      2 2 | 2
--R          ((4a c - a b )x  + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|- 4a c + b
--R
--R          ,
--R          +-----+
--R          |       2
--R          (2a x + b)\|4a c - b
--R          (4a x  + 4a b x + 4a c)atan(-----) + (2a x + b)\|4a c - b
--R
--R          2
--R          4a c - b
--R
--R          -----
--R          2 2      2 2      3      2 2 | 2
--R          ((4a c - a b )x  + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|4a c - b
--R
--R      ]
--R
--R                                         Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 66
t2:=integrate(1/(x*(a*x^2+b*x+c)),x)
--R
--R
--R      (3)
--R      [
--R          b

```

```

--R      *
--R      log
--R
--R      2 2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R
--R      +
--R      2
--R      (- log(a x  + b x + c) + 2log(x))\|- 4a c + b
--R
--R      /
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2c\|- 4a c + b
--R
--R      ,
--R
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R      - 2b atan(-----)
--R                  2
--R                  4a c - b
--R
--R      +
--R      2
--R      (- log(a x  + b x + c) + 2log(x))\|4a c - b
--R
--R      /
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2c\|4a c - b
--R
--R      ]
--R
--R                                         Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 67
bb1:=1/(2*c*(a*x^2+b*x+c))-b/(2*c)*t1.1+1/c*t2.1
--R
--R
--R      (4)
--R      2      2      2      2
--R      (- 2a b c x  - 2a b c x - 2a b c )

```

```

--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2          2 |          2          2          2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      2 3 2          2          4          2          3
--R      ((4a b c - a b )x  + (4a b c - b )x + 4a b c - b c)
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2          2 |          2          2          2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      2 2 2          3          2          2
--R      ((- 4a c + a b )x  + (- 4a b c + b )x - 4a c + b c)
--R      *
--R      2
--R      log(a x  + b x + c)
--R      +
--R      2 2 2          3          2          2
--R      ((8a c - 2a b )x  + (8a b c - 2b )x + 8a c - 2b c)log(x) - 2a b c x
--R      +
--R      2 2
--R      4a c - 2b c
--R      *
--R      +-----+
--R      |          2
--R      \|- 4a c + b
--R      /
--R      2 3          2 2 2          3          3 2          4          2 3 |          2
--R      ((8a c  - 2a b c )x  + (8a b c - 2b c )x + 8a c - 2b c )\|- 4a c + b
--R                                         Type: Expression Integer

```

```

--E

--S 68
bb2:=1/(2*c*(a*x^2+b*x+c))-b/(2*c)*t1.2+1/c*t2.1
--R
--R
--R      (5)
--R
--R      +-----+
--R      2      3 2      2      4      2      3      |      2
--R      ((4a b c - a b )x  + (4a b c - b )x + 4a b c - b c)\|4a c - b
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2      2      |      2      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      +-----+
--R      2      2      2      2      |      2
--R      (- 4a b c x  - 4a b c x - 4a b c )\|- 4a c + b
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b )\|4a c - b
--R      atan(-----)
--R                  2
--R                  4a c - b
--R      +
--R      2      2 2      3      2      2
--R      ((- 4a c + a b )x  + (- 4a b c + b )x - 4a c  + b c)
--R      *
--R      2
--R      log(a x  + b x + c)
--R      +
--R      2      2 2      3      2      2
--R      ((8a c - 2a b )x  + (8a b c - 2b )x + 8a c  - 2b c)log(x) - 2a b c x
--R      +
--R      2      2
--R      4a c  - 2b c
--R      *
--R      +-----+ +-----+

```

```

--R      |      2   |      2
--R      \|- 4a c + b  \|4a c - b
--R      /
--R      +-----+
--R      2 3      2 2 2      3      3 2      4      2 3   |      2
--R      ((8a c - 2a b c )x  + (8a b c - 2b c )x + 8a c - 2b c )\|- 4a c + b
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R
--E                                         Type: Expression Integer

--S 69
bb3:=1/(2*c*(a*x^2+b*x+c))-b/(2*c)*t1.1+1/c*t2.2
--R
--R
--R      (6)
--R      +-----+
--R      2 2      2      2      2   |      2
--R      (- 2a b c x  - 2a b c x - 2a b c )\|4a c - b
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2      2      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      2      3 2      2      4      2      3
--R      ((- 8a b c + 2a b )x  + (- 8a b c + 2b )x - 8a b c  + 2b c )
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2      (2a x + b)\|4a c - b
--R      \|- 4a c + b  atan(-----)
--R                                         2
--R                                         4a c - b
--R      +
--R      2      2 2      3      2      2
--R      ((- 4a c + a b )x  + (- 4a b c + b )x - 4a c  + b c )
--R      *

```

```

--R          2
--R      log(a x  + b x + c)
--R
--R      +
--R          2      2  2           3      2      2
--R      ((8a c - 2a b )x  + (8a b c - 2b )x + 8a c  - 2b c)log(x) - 2a b c x
--R
--R      +
--R          2      2
--R      4a c  - 2b c
--R
--R      *
--R          +-----+ +-----+
--R          |           2   |           2
--R          \|- 4a c + b  \|4a c - b
--R
--R      /
--R          2 3      2 2  2           3      3 2           4      2 3   |           2
--R      ((8a c  - 2a b c )x  + (8a b c  - 2b c )x + 8a c  - 2b c )\|- 4a c + b
--R
--R      *
--R          +-----+
--R          |           2
--R          \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 70
bb4:=1/(2*c*(a*x^2+b*x+c))-b/(2*c)*t1.2+1/c*t2.2
--R
--R
--R      (7)
--R          2           3  2           2           4           2           3
--R      ((- 12a b c + 2a b )x  + (- 12a b c + 2b )x - 12a b c  + 2b c)
--R
--R      *
--R          +-----+
--R          |           2
--R          (2a x + b)\|4a c - b
--R      atan(-----)
--R
--R          2
--R          4a c - b
--R
--R      +
--R          2           2  2           3           2           2
--R      ((- 4a c + a b )x  + (- 4a b c + b )x - 4a c  + b c)
--R
--R      *
--R          2
--R          log(a x  + b x + c)
--R
--R      +
--R          2           2  2           3           2           2
--R      ((8a c - 2a b )x  + (8a b c - 2b )x + 8a c  - 2b c)log(x) - 2a b c x

```

```

--R      +
--R      2      2
--R      4a c - 2b c
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R      /
--R      2 3      2 2 2      3      3 2      4      2 3 |      2
--R      ((8a c - 2a b c )x + (8a b c - 2b c )x + 8a c - 2b c )\|4a c - b
--R                                         Type: Expression Integer
--E

--S 71
cc1:=aa.1-bb1
--R
--R      (8)
--R      a b
--R      *
--R      log
--R      2 2      2 |      2      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      a b
--R      *
--R      log
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      /
--R      2 2 |      2

```

```

--R      (4a c - b c)\|- 4a c + b
--R
--E                                         Type: Expression Integer

--S 72
dd1:=expandLog cc1
--R
--R      (9)
--R      a b
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2           2 |           2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      +
--R      a b
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2           2 |           2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      +
--R      2
--R      - 2a b log(a x  + b x + c)
--R      /
--R
--R      +-----+
--R      2 2 |           2
--R      (4a c - b c)\|- 4a c + b
--R
--E                                         Type: Expression Integer

--S 73      14:277 Schaums and Axiom differ by a constant
ee1:=complexNormalize dd1
--R
--R      3           2 2
--R      a b log(- 16a c + 4a b )
--R      (10) -----
--R
--R      +-----+
--R      2 2 |           2
--R      (4a c - b c)\|- 4a c + b

```

```
--R                                         Type: Expression Integer
--E
```

14 [1]:14.278 $\int \frac{dx}{x^2(ax^2+bx+c)^2}$

$$\int \frac{1}{x^2(ax^2+bx+c)^2} = -\frac{1}{cx(ax^2+bx+c)}$$

$$-\frac{3a}{c} \int \frac{1}{(ax^2+bx+c)^2}$$

$$-\frac{2b}{c} \int \frac{1}{x(ax^2+bx+c)^2}$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 74
aa:=integrate(1/(x^2*(a*x^2+b*x+c)^2),x)
--R
--R
--R (1)
--R [
--R      3 2      2 2      4 3      2 2      3      5 2
--R      (6a c  - 6a b c + a b )x  + (6a b c  - 6a b c + b )x
--R      +
--R      2 3      2 2      4
--R      (6a c  - 6a b c + b c)x
--R      *
--R      log
--R
--R      2 2      2 |      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      2      3 3      2      4 2      2      3
--R      ((4a b c - a b )x  + (4a b c - b )x  + (4a b c - b c)x
--R      *
--R      2
--R      log(a x  + b x + c)
--R      +
--R      2      3 3      2      4 2      2      3
--R      ((- 8a b c + 2a b )x  + (- 8a b c + 2b )x  + (- 8a b c + 2b c)x)

```

```

--R      *
--R      log(x)
--R      +
--R      2 2      2 2      2      3      3      2 2
--R      (- 6a c + 2a b c)x + (- 7a b c + 2b c)x - 4a c + b c
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|- 4a c + b
--R      /
--R      2 4      2 3 3      4      3 3 2      5      2 4      |      2
--R      ((4a c - a b c )x + (4a b c - b c )x + (4a c - b c )x)\|- 4a c + b
--R      ,
--R      3 2      2 2      4 3      2 2      3      5 2
--R      (- 12a c + 12a b c - 2a b )x + (- 12a b c + 12a b c - 2b )x
--R      +
--R      2 3      2 2      4
--R      (- 12a c + 12a b c - 2b c)x
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R      atan(-----)
--R                  2
--R                  4a c - b
--R      +
--R      2      3 3      2      4 2      2      3
--R      ((4a b c - a b )x + (4a b c - b )x + (4a b c - b c )x)
--R      *
--R      2
--R      log(a x + b x + c)
--R      +
--R      2      3 3      2      4 2      2      3
--R      ((- 8a b c + 2a b )x + (- 8a b c + 2b )x + (- 8a b c + 2b c)x)
--R      *
--R      log(x)
--R      +
--R      2 2      2 2      2      3      3      2 2
--R      (- 6a c + 2a b c)x + (- 7a b c + 2b c)x - 4a c + b c
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R      /

```

```

--R
--R      2 4      2 3 3      4      3 3 2      5      2 4 |      2
--R      ((4a c - a b c )x + (4a b c - b c )x + (4a c - b c )x)\|4a c - b
--R
--R      ]
--R                                         Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 75
t1:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c)^2,x)
--R
--R
--R      (2)
--R      [
--R          2 2
--R          (2a x  + 2a b x + 2a c )
--R          *
--R          log
--R          +-----+
--R          2 2      2 |      2      2      2      2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b   + (8a c - 2a b )x
--R          +
--R          3
--R          4a b c - b
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R          +
--R          +-----+
--R          |      2
--R          (2a x + b)\|- 4a c + b
--R
--R      /
--R          2      2 2      3      2      2 |      2
--R          ((4a c - a b )x  + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|- 4a c + b
--R
--R      ,
--R          2 2      3      2      2 |      2
--R          (2a x + b)\|4a c - b
--R          (4a x  + 4a b x + 4a c)atan(-----) + (2a x + b)\|4a c - b
--R
--R          2
--R          4a c - b
--R
--R      -----
--R          2 2      3      2      2 |      2
--R          ((4a c - a b )x  + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|4a c - b
--R
--R      ]

```

```

--R                                         Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 76
t2:=integrate(1/(x*(a*x^2+b*x+c)^2),x)
--R
--R
--R      (3)
--R      [
--R          2            3 2            2            4            2            3
--R          ((6a b c - a b )x  + (6a b c - b )x + 6a b c - b c)
--R          *
--R          log
--R
--R          2 2            2 |            2            2            2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R          +
--R          3
--R          - 4a b c + b
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R
--R      +
--R          2            2 2            3            2            2
--R          ((- 4a c + a b )x  + (- 4a b c + b )x - 4a c + b c)
--R          *
--R          2
--R          log(a x  + b x + c)
--R
--R          +
--R          2            2 2            3            2            2
--R          ((8a c - 2a b )x  + (8a b c - 2b )x + 8a c - 2b c)log(x)
--R
--R          +
--R          2            2
--R          - 2a b c x + 4a c - 2b c
--R          *
--R          +-----+
--R          |            2
--R          \|- 4a c + b
--R
--R      /
--R          2 3            2 2 2            3            3 2            4            2 3 |            2
--R          ((8a c - 2a b c )x  + (8a b c - 2b c )x + 8a c - 2b c )\|- 4a c + b
--R
--R      ,
--R
--R          2            3 2            2            4            2            3
--R          ((- 12a b c + 2a b )x  + (- 12a b c + 2b )x - 12a b c + 2b c )

```

```

--R      *
--R      +-----+
--R      |          2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R      atan(-----)
--R                  2
--R                  4a c - b
--R      +
--R      2      2 2      3      2      2
--R      ((- 4a c + a b )x  + (- 4a b c + b )x - 4a c  + b c )
--R      *
--R      2
--R      log(a x  + b x + c)
--R      +
--R      2      2 2      3      2      2
--R      ((8a c - 2a b )x  + (8a b c - 2b )x + 8a c  - 2b c)log(x)
--R      +
--R      2      2
--R      - 2a b c x + 4a c  - 2b c
--R      *
--R      +-----+
--R      |          2
--R      \|4a c - b
--R      /
--R      2 3      2 2 2      3      3 2      4      2 3 |      2
--R      ((8a c  - 2a b c )x  + (8a b c  - 2b c )x + 8a c  - 2b c )\|4a c - b
--R      ]
--R                                         Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 77
bb1:=-1/(c*x*(a*x^2+b*x+c))-((3*a)/c)*t1.1-(2*b)/c*t2.1
--R
--R
--R      (4)
--R      3 2 3      2      2 2      2 3
--R      (- 6a c x  - 6a b c x  - 6a c x )
--R      *
--R      log
--R
--R      2 2      2 |      2      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b

```

```

--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      2 2      4 3      3      5 2      2 2      4
--R      ((- 6a b c + a b )x  + (- 6a b c + b )x  + (- 6a b c  + b c)x)
--R      *
--R      log
--R
--R      2 2      2 | 2      2      2 2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      2      3 3      2      4 2      2      3
--R      ((4a b c - a b )x  + (4a b c - b )x  + (4a b c  - b c)x)
--R      *
--R      2
--R      log(a x  + b x + c)
--R      +
--R      2      3 3      2      4 2      2      3
--R      ((- 8a b c + 2a b )x  + (- 8a b c + 2b )x  + (- 8a b c  + 2b c)x)
--R      *
--R      log(x)
--R      +
--R      2 2      2 2      2      3      3      2 2
--R      (- 6a c  + 2a b c)x  + (- 7a b c  + 2b c)x - 4a c  + b c
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|- 4a c + b
--R      /
--R      2 4      2 3 3      4      3 3 2      5      2 4      |      2
--R      ((4a c  - a b c )x  + (4a b c  - b c )x  + (4a c  - b c )x)\|- 4a c + b
--R                                         Type: Expression Integer
--E

--S 78
bb2:=-1/(c*x*(a*x^2+b*x+c))-((3*a)/c)*t1.2-(2*b)/c*t2.1
--R
--R

```

```

--R (5)
--R      2 2      4 3      3      5 2      2 2      4
--R      (( - 6a b c + a b )x  + (- 6a b c + b )x  + (- 6a b c + b c)x )
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R      *
--R      log
--R
--R      2 2      2  |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      3 2 3      2 2 2      2 3  |      2
--R      (- 12a c x  - 12a b c x - 12a c x)\|- 4a c + b
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R      atan(-----)
--R                  2
--R                  4a c - b
--R      +
--R      2      3 3      2      4 2      2      3
--R      ((4a b c - a b )x  + (4a b c - b )x  + (4a b c - b c)x )
--R      *
--R      2
--R      log(a x  + b x + c)
--R      +
--R      2      3 3      2      4 2      2      3
--R      (( - 8a b c + 2a b )x  + (- 8a b c + 2b )x  + (- 8a b c + 2b c)x )
--R      *
--R      log(x)
--R      +
--R      2 2      2 2      2      3      3      2 2
--R      (- 6a c  + 2a b c)x  + (- 7a b c  + 2b c)x - 4a c  + b c
--R      *
--R      +-----+ +-----+
--R      |      2  |      2

```

```

--R      \|- 4a c + b  \|4a c - b
--R      /
--R      +-----+
--R      2 4      2 3 3      4      3 3 2      5      2 4  |      2
--R      ((4a c - a b c )x + (4a b c - b c )x + (4a c - b c )x)\|- 4a c + b
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 79
bb3:=-1/(c*x*(a*x^2+b*x+c))-((3*a)/c)*t1.1-(2*b)/c*t2.2
--R
--R
--R      (6)
--R      +-----+
--R      3 2 3      2 2 2      2 3  |      2
--R      (- 6a c x - 6a b c x - 6a c x)\|4a c - b
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2  |      2      2 2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      2 2      4 3      3      5 2      2 2      4
--R      ((12a b c - 2a b )x + (12a b c - 2b )x + (12a b c - 2b c )x
--R      *
--R      +-----+      +-----+
--R      |      2      |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R      \|- 4a c + b  atan(-----)
--R                                         2
--R                                         4a c - b
--R      +
--R      2      3 3      2      4 2      2 3
--R      ((4a b c - a b )x + (4a b c - b )x + (4a b c - b c )x
--R      *
--R      2

```

```

--R      log(a x  + b x + c)
--R      +
--R      2      3 3      2      4 2      2      3
--R      ((- 8a b c + 2a b )x  + (- 8a b c + 2b )x  + (- 8a b c + 2b c)x)
--R      *
--R      log(x)
--R      +
--R      2 2      2 2      2      3      3      2 2
--R      (- 6a c  + 2a b c)x  + (- 7a b c  + 2b c)x - 4a c  + b c
--R      *
--R      +-----+ +-----+
--R      |      2 |      2
--R      \| - 4a c + b \| 4a c - b
--R      /
--R      2 4      2 3 3      4      3 3 2      5      2 4      |      2
--R      ((4a c  - a b c )x  + (4a b c  - b c )x  + (4a c  - b c )x)\| - 4a c + b
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \| 4a c - b
--R
--E                                         Type: Expression Integer

--S 80
bb4:=-1/(c*x*(a*x^2+b*x+c))-((3*a)/c)*t1.2-(2*b)/c*t2.2
--R
--R
--R      (7)
--R      3 2      2 2      4 3      2 2      3      5 2
--R      (- 12a c  + 12a b c - 2a b )x  + (- 12a b c  + 12a b c - 2b )x
--R      +
--R      2 3      2 2      4
--R      (- 12a c  + 12a b c - 2b c)x
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\| 4a c - b
--R      atan(-----)
--R                  2
--R                  4a c - b
--R      +
--R      2      3 3      2      4 2      2      3
--R      ((4a b c - a b )x  + (4a b c - b )x  + (4a b c - b c)x)
--R      *
--R                  2

```

```

--R      log(a x  + b x + c)
--R      +
--R      2      3   3      2      4   2      2      3
--R      (( - 8a b c + 2a b )x  + (- 8a b c + 2b )x  + (- 8a b c + 2b c)x )
--R      *
--R      log(x)
--R      +
--R      2   2      2   2      2      3      3      2   2
--R      (- 6a c  + 2a b c)x  + (- 7a b c  + 2b c)x - 4a c  + b c
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R      /
--R      2   4      2   3   3      4      3   3   2      5      2   4      |      2
--R      ((4a c  - a b c )x  + (4a b c  - b c )x  + (4a c  - b c )x)\|4a c - b
--R                                         Type: Expression Integer
--E

--S 81
cc1:=aa.1-bb1
--R
--R      (8)
--R      2
--R      6a
--R      *
--R      log
--R      2   2      2   |      2      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      2
--R      6a
--R      *
--R      log
--R      2   2      2   |      2      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +

```

```

--R          3
--R          - 4a b c + b
--R          /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R          /
--R          +-----+
--R          2   2   |   2
--R          (4a c  - b c)\|- 4a c + b
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E

--S 82
dd1:=expandLog cc1
--R
--R      (9)
--R          2
--R          6a
--R          *
--R          log
--R          +-----+
--R          2 2           2   |   2           2   2   2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R          +
--R          3
--R          4a b c - b
--R          +
--R          2
--R          6a
--R          *
--R          log
--R          +-----+
--R          2 2           2   |   2           2   2   2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (- 8a c + 2a b )x
--R          +
--R          3
--R          - 4a b c + b
--R          +
--R          2   2
--R          - 12a log(a x  + b x + c)
--R          /
--R          +-----+
--R          2   2   |   2
--R          (4a c  - b c)\|- 4a c + b
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 83      14:278 Schaums and Axiom differ by a constant
ee1:=complexNormalize dd1
--R
--R
--R      2      3      2 2
--R      6a log(- 16a c + 4a b )
--R      (10)  -----
--R                  +-----+
--R      2      2 |      2
--R      (4a c - b c)\|- 4a c + b
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E

15 [1]:14.279   
$$\int \frac{dx}{x^m(ax^2+bx+c)^n}$$


$$\int \frac{1}{x^m(ax^2+bx+c)^n} = -\frac{1}{(m-1)cx^{m-1}(ax^2+bx+c)^{n-1}}$$


$$-\frac{(m+2n-3)a}{(m-1)c} \int \frac{1}{x^{m-2}(ax^2+bx+c)^n}$$


$$-\frac{(m+n-2)b}{(m-1)c} \int \frac{1}{x^{m-1}(ax^2+bx+c)^n}$$

(*)
)clear all

--S 84      14:279 Axiom cannot compute this integral
aa:=integrate(1/(x^m*(a*x^2+b*x+c)^n),x)
--R
--R
--R      x
--R      ++
--R      (1)  | ----- 1
--R      ++
--R      m      2 n
--R      %N (c + %N b + %N a)
--R
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E

)spool
)lisp (bye)

```

References

- [1] Spiegel, Murray R. *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*
Schaum's Outline Series McGraw-Hill 1968 p71